

Juoksun ja pituushypyn matemaattinen mallintaminen

Kohderyhmä: Luokat 8-9

Esitiedot: Vertailuprosentti

Taustalla oleva matematiikka: Suoran yhtälön ratkaistu muoto, suoraan verrannollisuus, tasaisen liikkeen nopeus ja hetkellinen nopeus

Ajankäyttö: Matemaattisten sisältöjen opetus ja ohjeistus 2 · 45 min, mittaustulosten hankkiminen 2 · 45 min, aineiston analysointi 3 · 45 min

Opetustilat: Oma luokka, yleisurheilukenttä ja tietokonehuone

Tavoitteet:

Projektin tavoitteena on havainnollistaa oppilaille suoran yhtälön ja suoraan verrannollisuuden käsitteitä. Yleisurheilun avulla havainnollistetaan oppilaille, kuinka yksinkertaisia matemaattisia malleja voidaan hyödyntää tulosten analysoinnissa.

Kuvaus projektista:

Opettaja jakaa luokan matemaattisilta taidoiltaan heterogeenisiin, noin 4 hengen ryhmiin. Ennen mittauksia oppilaille opetetaan projektille keskeiset matemaattiset sisällöt ja annetaan ohjeistus mittauksista. Mittaukset voidaan suorittaa liikunnan kaksoisoppitunnilla.

1. Mittaustulosten hankkiminen

Alkuverryttelyn jälkeen oppilaat jakautuvat ryhmiensä kanssa suorituspaikalle. Juoksut voidaan suorittaa ajan säästämiseksi yhteislähdöllä erissä, joissa kussakin jokaisesta ryhmästä juoksee yksi jäsen ja muut mittaavat aikaa.

Oppilaat kirjaavat ryhmittäin tuloksensa Excel-tiedostoon tai paperille tulostettuihin taulukoihin.

100 metrin juoksu:

Jokainen oppilas juoksee matkan kolme kertaa ja kaikki muut ryhmän jäsenet ottavat ajan juoksijalle. Kullekin juoksijalle saadaan siis kolme aikaa.

Pituushyppy:

Jokainen oppilas hyppää pituutta kerran. Ryhmän jäsenet mittaavat, kirjaavat ylös ryhmänsä tulokset ja tasoittavat hiekkakasan. Hyppy mitataan kohdasta, josta ponnistus lähti, taaimmaisimpaan jälkeen hiekassa.

400 metrin juoksu:



Jokainen oppilas juoksee matkan kerran. Ryhmän muut oppilaat mittaavat juoksijan ajat 100, 200 ja 300 metrin kohdalla. Oppilas, joka on mitannut ensimmäisen väliajan 100 metrin kohdalla, mittaa myös juoksun loppuajan 400 metrin kohdalla.

2. Mittausten analysointi

Ryhmät jakautuvat kahteen pariin. Toinen pareista analysoi 100 metrin juoksua ja pituushyppyä ja toinen pari analysoi 400 metrin juoksua. Aineisto analysoidaan Excelin avulla tietokoneluokassa.

100 metrin juoksu ja pituushyppy:

Mittaustulosten avulla piirretään (v_{max}, l_{hyppy}) -kuvaaja analysointia varten.

- Oppilaat kirjaavat tuloksensa Excel-tiedostoon
- Juoksuajoista lasketaan keskiarvot jokaiselle ryhmän oppilaalle Excelin keskiarvo-funktiolla KESKIARVO(luku1; luku2; ...)
- Tasaisen liikkeen,

$$v = \frac{s}{t},$$

avulla lasketaan kullekin oppilaalle keskinopeus 100 metrin juoksun aikana. Tätä nopeutta pidetään projektissa oppilaan maksimijuoksunopeutena v_{max} .

- Maksimijuoksunopeus- ja pituushyppytuloksia käyttämällä piirretään mittapisteet (v_{max}, l_{hyppy}) -koordinaatistoon ja niihin sovitetaan lineaarinen sovitesuora.
- Parit etsivät tietoa internetistä ja vastaavat seuraaviin kysymyksiin:
 1. Mikä on saamanne sovitesuoran yhtälö?
 2. Mikä on pituushypyn maailmanennätys tällä hetkellä?
 3. Mikä oli vauhdinoton aikana maksimijuoksunopeus tässä ME-hypyssä?
 4. Kuinka pitkälle ihminen voisi hypätä tällaisella maksimijuoksunopeudella mallinne yhtälön mukaisesti?
 5. Tässä työssä oletettiin, että vain juoksunopeudella on merkitystä hypyn pituuteen. Mitkä muut tekijät vaikuttavat todellisuudessa pituushyppytuloksiin?

400 metrin juoksu väliaikoinen:

Oppilaat kirjaavat tuloksensa Excel-tiedostoon

- Parit piirtävät vain omien juoksuajojensa mukaiset mittaustulokset (t, s) -koordinaatistoon.
- Koordinaatiston mittapisteisiin sovitetaan toisen asteen polynomisovitekäyrä.
- Parit analysoivat tuloksia ja etsivät tietoa internetistä sekä vastaavat seuraaviin kysymyksiin:



1. Onko käyrien muodoissa havaittavissa selkeitä eroavaisuuksia?
2. Mitä syitä näille eroavaisuuksille löydätte?
3. Miten hetkellisen juoksunopeuden muutos havaitaan piirretyistä käyristä?
4. Kummalla parin oppilaista oli suurempi hetkellinen juoksunopeus juoksun aikana?
5. Missä vaiheessa 400 metrin juoksua tämä tapahtui?
6. Mikä oli kummankin oppilaan suurin hetkellinen juoksunopeus?
7. Mikä oli kummankin oppilaan koko juoksun keskinopeus?
8. Kuinka monta prosenttia suurin hetkellinen nopeus on suurempi kuin koko juoksun keskinopeus kummallakin oppilaalla?
9. Tukevatko mittaustuloksista analysoimanne tiedot mielipiteitänne juoksun sujumisesta?

3. Esittelyt

Parit esittävät tuloksensa ryhmän toiselle parille. Mittaustulokset, Excel-tiedostot ja vastaukset kysymyksiin palautetaan opettajalle.

Sovellusvinkkejä:

Projektin voi toteuttaa mahdollisuuksien mukaan yhteistyönä liikuntatunnin kanssa, jolloin mittaukset voidaan suorittaa liikuntatunnilla.

400 metrin juoksuun voi lisätä ajankohtia esimerkiksi 50 metrin välein, jolloin saadaan tarkempaa tietoa juoksun kulusta.

Arviointi:

Projektin arvioinnissa voidaan huomioida sekä mittaustulosten analysointi, ryhmätyöskentely sekä tulosten esittely.



Juoksun ja pituushypyn matemaattinen mallintaminen

Voiko henkilön juoksunopeuden avulla ennustaa, kuinka pitkälle sama henkilö hyppää pituutta? Miten 400 metrin juoksua voidaan mallintaa kuvaajan avulla?

Projekti toteutetaan noin neljän henkilön ryhmissä.

Projektiohje:

1. MITTAUKSET

Suorittakaa jokainen laji ja kirjatkaa tulokset taulukoihin A ja B. **Kirjatkaa ajat sekunteina!**

100 METRIN JUOKSU

- Jokainen ryhmäläinen juoksee 100 metrin matkan kolme kertaa.
- Yhden juostessa muut ryhmän jäsenet ottavat aikaa. Jokaiselle juoksijalle saadaan siis kolme aikaa.
- Tulokset merkitään taulukkoon A.

PITUUSHYPPY

- Jokainen ryhmän jäsen hyppää pituutta kerran.
- Yksi ryhmästä hyppää, yksi tasoittaa ja kaksi mittaavat pituuden.
- Tasoittakaa hiekkakasa hyppyjen välissä.
- Hyppy mitataan kohdasta, josta ponnistus lähti taimmmaisimpaan jälkeen hiekassa.
- Tulokset merkitään taulukkoon A.

400 METRIN JUOKSU

- Jokainen juoksee matkan kerran.
- Ryhmän muut jäsenet mittaavat juoksijan ajat 100, 200 ja 300 metrin kohdalla.
- Ryhmän jäsen, joka on mitannut ensimmäisen väliajan 100 metrin kohdalla, mittaa myös juoksun loppuajan 400 metrin kohdalla.
- Tulokset merkitään taulukkoon B.



2. MITTAUSTEN ANALYSOINTI

- Ryhmä jakautuu kahdeksi pariksi.
- Toinen pareista analysoi taulukkoa A ja toinen pari taulukkoa B.

TAULUKKO A: 100 METRIN JUOKSU JA PITUUSHYPPY:

- Kirjatkaa tulokset Excel-ohjelmaan vastaavasti kuin taulukossa A.
- Laskekaa jokaisen ryhmäläisen juoksun ajalle keskiarvo Excelin keskiarvo-funktiolla: KESKIARVO(luku1; luku2; ...)
- Laskekaa jokaisen juoksulle keskinopeus

$$v = \frac{s}{t}$$

missä s on matka ja t on laskettu ajan keskiarvo. Laskekaa nopeudet v_{max} sarakkeeseen.

- Maksimijuoksunopeus- ja pituushyppytuloksia käyttämällä piirretään mittapisteet (v_{max} , l_{hyppy})-koordinaatistoon:

1. **Maalatkaa sarakkeet**, joista kuvaaja piirretään.
2. Valitkaa ylhäältä valikkoriviltä **lisää, kaavio** ja sieltä haluamanne kaaviomalli (tässä **pistekaavio**).
3. Nimetkää akselit (**Asettelu** → **Akselin otsikot**).

- Halutessanne voitte lisätä kaavioille otsikon (**Asettelu** Lisätkää pistekaavioonne lineaarinen sovitesuora:

1. Ylhäältä valikkoriviltä **Asettelu** ja **analyysikohdasta trendiviiva**.
2. Valitkaa valikosta **lineaarinen trendiviiva**.

- Analysoikaa kuvaajaanne, etsikää tietoa internetistä ja vastatkaa seuraaviin kysymyksiin:

1. Mikä on saamanne suoran yhtälö?
2. Mikä on pituushyppyn maailmanennätys tällä hetkellä?
3. Mikä oli vauhdinoton aikana maksimijuoksunopeus tässä ME-hypyssä?
4. Kuinka pitkälle ihminen voisi hypätä tällaisella maksimijuoksunopeudella mallinne yhtälön mukaisesti?
5. Tässä työssä oletettiin, että vain juoksunopeudella on merkitystä hypyn pituuteen. Mitkä muut tekijät vaikuttavat todellisuudessa pituushyppytuloksiin?

TAULUKKO B: 400 METRIN JUOKSU VÄLIAIKOINEEN:

- Kirjatkaa tulokset Excel-ohjelmaan vastaavasti kuin taulukossa B.
- Piirtäkää omista mittaustuloksistanne kuvaajat (t , s) –koordinaatistoon:

1. **Maalatkaa sarakkeet**, joista kuvaaja piirretään.
2. Valitkaa ylhäältä valikkoriviltä **lisää, kaavio** ja sieltä haluamanne kaaviomalli (tässä **pistekaavio**).



3. Nimetkää akselit (**Asettelu** → **Akselin otsikot**).
 4. Halutessanne voitte lisätä kaaviolle otsikon (**Asettelu** → **Kaavion otsikko**).
- Sovittakaa pistekaavioonne toisen asteen polynomisovitekäyrät:
 1. Ylhäältä valikkoriviltä **Asettelu** ja **analyysikohdasta trendiviiva**.
 2. Valitkaa valikosta **eksponentiaalinen trendiviiva**.
 - Analysoikaa kuvaajaanne, etsikää tietoa internetistä ja vastatkaa seuraaviin kysymyksiin:
 1. Onko käyrien muodoissa havaittavissa selkeitä eroavaisuuksia? Jos on, millaisia?
 2. Mitä syitä näille eroavaisuuksille löydätte?
 3. Miten hetkellisen juoksunopeuden muutos havaitaan piirrettyistä käyristä?
 4. Kummalla parin oppilaista oli suurempi hetkellinen juoksunopeus juoksun aikana?
 5. Missä vaiheessa 400 metrin juoksua tämä tapahtui?
 6. Mikä oli kummankin oppilaan suurin hetkellinen juoksunopeus?
 7. Mikä oli kummankin oppilaan koko juoksun keskinopeus?
 8. Kuinka monta prosenttia suurin hetkellinen nopeus on suurempi kuin koko juoksun keskinopeus kummallakin oppilaalla?
 9. Tukevatko mittaustuloksista analysoimanne tiedot mielipiteitänne juoksun sujumisesta?

3. TULOSTEN ESITTELY

Esitelmää tuloksenne ryhmänne toiselle parille. Palauttakaa mittaustulokset, Excel-tiedosto sekä vastaukset kysymyksiin opettajalle.



MITTAUSTULOKSET

Ryhmä: _____

Valkoiset solut täytetään tuloksia mitatessa ja loput täydennetään tuloksia analysoitaessa.

TAULUKKO A: 100 m JUOKSU JA PITUUSHYPPY

	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_{kesk} (s)	v_{max} (m/s)	l_{hyppy} (m)
Jäsen 1:						
Jäsen 2:						
Jäsen 3:						
Jäsen 4:						

TAULUKKO B: 400 m JUOKSU

s (m)	$t_{jäsen 1}$ (s)	$t_{jäsen 2}$ (s)	$t_{jäsen 3}$ (s)	$t_{jäsen 4}$ (s)
100				
200				
300				
400				

