

# Näsinneula – Arkkitehtuurin avaruusgeometriaa

**Kohderyhmä:** 9. luokka

**Esitiedot:** Tasogeometria

**Taustalla oleva matematiikka:** Avaruusgeometria ja -kappaleet, mittakaava

**Ajankäyttö:** 4 · 45 min + Näsinneula-vierailu(valinnainen)

**Opetustilat:** Oma luokka ja Näsinneula(valinnainen)

## Tavoitteet:

Projektin tavoitteena on opettaa oppilaille avaruuskappaleiden matemaattisia ominaisuuksia. Lisäksi pyritään helpottamaan avaruuskappaleiden hahmottamista ja ympärillämme olevan matematiikan havaitsemista. Myös työelämätaitoja harjoitetaan. Lopulta oppilaalla on käsitys tilavuudesta ja mittakaavasta.

## Kuvaus projektista:

### *Ensimmäinen oppitunti*

Ensimmäisellä oppitunnilla esitellään projekti kaikkine tietoineen ja arviointiperusteineen. Oppilaille jaetaan itsearviointilomakkeet, joita he täyttävät projektin aikana; projektin jälkeen tunnistettujen ja käytettyjen avaruuskappaleiden tilavuuksien kaavat tulisi olla selvillä. Lisäksi oppilaat jaetaan 2-3 oppilaan ryhmiin. Oppilaat saavat myös työohjeet.

### *Toinen oppitunti*

Toisella oppitunnilla ryhmät alkavat edetä työohjeen mukaisesti: Näsinneulasta tunnistetaan viisi avaruuskappaletta, jotka erotellaan ja piirretään erikseen. Perspektiivin ja katkoviivojen avulla luodaan vaikutelma piirrettyjen kappaleiden kolmiulotteisuudesta. Piirtämisen jälkeen avaruuskappaleet vielä nimetään ja selvitetään, kuinka näiden tilavuudet lasketaan; paitsi kaavoja tarvitaan myös mittoja. Tiedot täydennetään muistiinpanomonisteeseen, joka on osa itsearviointia, ja piirrettyihin mallikuviin. Oppitunnin lopussa ryhmillä tulisi olla nimetyt avaruuskappaleet mallikuvineen ja tilavuuden kaavoineen sekä vielä tieto ja suunnitelma, mitä mittoja pitää selvittää. Tarvittavat mitat saadaan selville joko vierailemalla Näsinneulalla tai internetissä.

### *Kolmas-neljäs oppitunti*



Opetus- ja  
kulttuuri-  
ministeriö



LUMA-KESKUS SUOMI

Kolmannella oppitunnilla jatketaan Näsinneulan analysointia laskemalla tilavuuksia selvitettyjen mittojen avulla työohjetta seuraten. Lisäksi piirretään Näsinneulan räjäytyskuva mittakaavassa: tässä voidaan käyttää luovuutta, kunhan luomuksessa on ilmoitettu mittakaava ja osien todelliset mitat. Jos kaikille ryhmille halutaan antaa sama mittakaava, on helppoa käyttää esimerkiksi 10 mm × 10 mm -ruutuista konseptipaperia joko avattuna tai avaamattomana käyttäen vain yhtä sivua. Oppitunnin lopussa ryhmillä tulisi olla Näsinneulan kokonaistilavuus selvillä ja valitussa tai annetussa mittakaavassa piirretty räjäytyskuva valmiina. Projektituotos eli muistiinpanomonisteet, tilavuuslaskut ja räjäytyskuva palautetaan opettajalle. Lisäksi itse- ja vertaisarvioinnit suoritetaan – vertaisarviointit vain ryhmäläisten eikä ryhmien välillä.

### **Arviointi:**

Projektin aikana luodaan räjäytyskuva ja lasketaan Näsinneulan tilavuus, joten ainakin nämä osasuoritukset arvioidaan. Lisäksi arvioidaan matematiikan sisältöjen hallintaa ja työelämätaitoja, joiden arvioinnissa turvaudutaan ryhmien muistiinpanomonisteisiin ja tilavuuslaskuihin sekä itse- ja vertaisarviointeihin.

### **Eriyttäminen:**

Joissakin työohjeen tehtävissä on kaksi vaihtoehtoista tapaa laskea, joten ryhmät voivat valita näiden väliltä. Erityisesti jos opettaja jakaa ryhmät matemaattisten taitotasojen mukaan, voi valinta olla helppo. Toisaalta jos taas ryhmät ovat heterogeenisiä ja toimivia, ei haastavammankaan vaihtoehdon valinta ole pahasta.

Myös annetuilla tiedoilla ja antamatta jätetyillä voidaan eriyttää: Antaako Näsinneulan osien lukumäärä? Entä mittakaava? Saatikka sitten rungon kapenema? Voisiko lisäksi vaatia virhearviota ja vertailua Näsinneulan todelliseen tilavuuteen?

Näsinneulan asemesta voidaan käyttää yksinkertaisempia tai haastavampia paikallisia nähtävyyksiä. Jopa oman koulun tilavuuden selvittäminen riittää.

### **Laskutehtävien ratkaisut:**

1. Näsinneulan varsi
  - a. Olettaen, ettei varsi kapene: varsi on suora **ympyrälieriö**, jonka korkeus on 110 m ja halkaisija 10,525 m. Näin tilavuus on noin 9570,3 m<sup>3</sup>.
  - b. Huomioiden, että varsi kapenee: varsi on katkaistu suora **ympyräkartio**, jonka säteet ovat 5,2625 m ja 4,1625 m. Näin tilavuus on noin 7709,3 m<sup>3</sup>.
2. Näköalatasanne on **ympyrälieriö**, jonka korkeus on 4 m ja halkaisija 15 m. Näin tilavuus on noin 706,9 m<sup>3</sup>.
3. Näköalatasanteen ja ravintolan välinen osa



Opetus- ja  
kulttuuri-  
ministeriö



**LUMA-KESKUS SUOMI**

- a. Olettaen, ettei varsi kapene: osa on suora ympyrälieriö, jonka korkeus on 6 m ja säde 5,2625 m. Näin tilavuus on noin 522,0 m<sup>3</sup>.
  - b. Huomioiden, että varsi kapenee: osa on katkaistu suora ympyräkartio, jonka säde 114 metrin korkeudella on 4,1225 m ja 120 metrin korkeudella 4,0625 m. Näin tilavuus on noin 315,7 m<sup>3</sup>.
4. Ravintola
- a. Käyttämällä suoraan katkaistun suoran ympyräkartion tilavuuden laskukaavaa: ravintola on katkaistu suora ympyräkartio, jonka säteet ovat 10 m ja 12,5 m ja korkeus 10 m. Näin tilavuus on noin 3992,4 m<sup>3</sup>.
  - b. Täydentämällä ravintola kartioksi, jonka korkeus on 50 m: Koko kartion, jonka korkeus on 50 m ja säde 12,5 m, tilavuus on noin 8181,2 m<sup>3</sup>. Pienemmän, täydentävän kartion, jonka korkeus on 40 m ja säde 10 m, tilavuus on noin 4188,8 m<sup>3</sup>. Näin ravintolan tilavuus on noin 3992,4 m<sup>3</sup>.
5. Ylin osa
- a. Käyttämällä suoraan katkaistun suoran ympyräkartion tilavuuden laskukaavaa: osa on katkaistu suora ympyräkartio, jonka säteet ovat 4 m ja 2,5 m ja korkeus 4,5 m. Näin tilavuus on noin 152,0 m<sup>3</sup>.
  - b. Täydentämällä osa kartioksi, jonka korkeus on 12 m: Koko kartion, jonka korkeus on 12 m ja säde 4 m, tilavuus on noin 201,1 m<sup>3</sup>. Pienemmän, täydentävän kartion, jonka korkeus on 7,5 m ja säde 2,5 m, tilavuus on noin 49,1 m<sup>3</sup>. Näin ravintolan tilavuus on noin 152,0 m<sup>3</sup>.
6. Koko Näsinneulan tilavuus riippuu siitä, kuinka osien tilavuudet on laskettu: Jos on oletettu, ettei varsi kapene, on tilavuus noin 14 900 m<sup>3</sup>. Ja jos kapenevuus on huomioitu, on tilavuus noin 12 900 m<sup>3</sup>.



# Näsinneula – Arkkitehtuurin avaruusgeometriaa

Onko arkkitehtuurilla ja matematiikalla mitään yhteistä?  
Mistä avaruuskappaleista Näsinneula rakentuu? Platonin  
kappaleistako?

## Projektiöhje:

Opettaja on jakanut teille tämän **projektiohjeen** sekä **muistiinpanomonisteet**. Jokaisella ryhmäläisellä on oma muistiinpanomonisteensa mutta myös ryhmällä on moniste, joka palautetaan opettajalle osana projektituotosta.

**Lukekaa työohje huolellisesti läpi.**

## Työohje:

- Erotelkaa Näsinneulasta viisi eri osaa ja piirtäkää niistä kolmiulotteiset kuvat. Nimetkää vielä nämä viisi *avaruuskappaletta*.
  - Masto ei kuulu näihin avaruuskappaleisiin.
  - Näyttäkää valmiit kuvat opettajalle.
- Selvittäkää, kuinka osien tilavuudet lasketaan.
  - Laskukaavat ja suureiden selitykset
  - Täydentäkää nämä muistiinpanomonisteeseen.
- Suunnitelkaa eli kirjatkaa jo etukäteen ylös, mitä mittoja tarvitsette kustakin osasta.
- Oppitunnin lopuksi keskustellaan: täydentäkää silloin puutteelliset tiedot muistiinpanomonisteeseen ja korjatkaa virheet.
  - Tarkastakaa myös, että teillä on kaikkien osia vastaavien avaruuskappaleiden nimet oikein.
- Selvittäkää tarvittavat mitat joko vieraillemalla Näsinneulalla tai internetissä.
  - Muistakaa kirjata mitat yksikköineen muistiinpanomonisteeseen.
- Taas keskustellaan ja vertaillaan selville saatuja mittoja.
  - Opettaja kertoo puuttuvat mitat.



Opetus- ja  
kulttuuri-  
ministeriö



LUMA-KESKUS SUOMI

- Laskekaa tarkentuneiden mittojen avulla osien tilavuudet sekä Näsinneulan kokonaistilavuus.
  - Laskutehtävät 1-6
  - Tehkää laskut siististi erilliselle ruutupaperille, joka palautetaan projektituotoksen osana opettajalle.
  - Jos osan tilavuudelle on annettu kaksi vaihtoehtoista tapaa laskea, valitkaa toinen.
  - Muistakaa yksiköt!
- Piirtäkää Näsinneulasta *räjätyskuva* mittakaavassa.
  - Valitkaa haluamanne kokoinen paperi tai kartonki ja sovittakaa ja sommitelkaa räjäytyskuva niin, että se miellyttää silmää.
  - Mittakaava riippuu valitsemanne paperin koosta.
  - Merkitkää kuvaan osien todelliset mitat ja käyttämänne mittakaava.
  - Muistakaa myös nimetä räjäytyskuva.
- Kootkaa projektituotos yhteen ja palauttakaa opettajalle. Projektituotokseen kuuluvat:
  - huolellisesti täytetty muistiinpanomoniste
  - selkeät tilavuuslaskelmat erillisellä ruutupaperilla
  - Näsinneulan räjäytyskuva.
- Tehkää itse- ja vertaisarviointi.
  - Pitäkää huoli, että jokaisella ryhmäläisellä on oma muistiinpanomonisteensa huolellisesti täytettynä.



### Laskutehtävät:

1. Laskekaa Näsinneulan varren – eli juurelta näköalatasanteelle jatkuvan osan – tilavuus **joko** olettaen, ettei varsi kapene, **tai** huomioiden, että varsi kapenee 2 cm/m, mikä tarkoittaa sitä, että siirryttäessä 1 m ylöspäin pitkin vartta *halkaisija* pienenee 2 cm.
2. Laskekaa näköalatasanteen tilavuus.
3. Laskekaa näköalatasanteen ja ravintolan välisen osan tilavuus **joko** olettaen taas, ettei runko kapene, **tai** huomioiden, että runko kapenee.
4. Laskekaa ravintolan tilavuus **joko** käyttämällä suoraan *katkaistun suoran ympyräkartion* tilavuuden laskukaavaa **tai** täydentämällä ravintola kartioksi, jonka korkeus on 50 m, jolloin ravintolan tilavuus on koko kartion ja täydentävän, pienemmän kartion tilavuuksien erotus.
5. Laskekaa ylimmän osan tilavuus **joko** käyttämällä suoraan katkaistun suoran ympyräkartion tilavuuden laskukaavaa **tai** täydentämällä osa kartioksi, jonka korkeus on 12 m.
6. Laskekaa koko Näsinneulan tilavuus.

