Salapoliisit

**Kohderyhmä:** Lahjakkaat yläkoululaiset, lukiolaiset

**Esitiedot:** Tasogeometria, avaruusgeometria

**Taustalla oleva matematiikka:** Logiikka, totuustaulut, looginen päättely

**Ajankäyttö:** Riippuu oppilaiden taitotasosta ja siitä, kuinka paljon tehtäviä jaetaan eri ryhmien kesken.

**Opetustilat:** Oma luokka

**Tavoitteet:**

Projektin tavoitteena on tutustua logiikkaan ja erityisesti siihen, kuinka logiikkaa voi käyttää päättelyn apuna. Salapoliisit-mysteerin aikana ratkaistaan ryöstö päättelemällä ja totuustauluja hyödyntäen.

**Kuvaus projektista:**

**Toteutustapa 1** (lukiolaiset):

Oletetaan, että logiikka ja totuustaulujen tekeminen on tuttua. Vinkkilappuja ei välttämättä tarvita ainakaan heti alussa. Opettaja voi harkintansa mukaan ottaa laput käyttöön.

Luokka jakautuu neljän henkilön ryhmiin ja nämä neljän hengen ryhmät jakautuvat vielä pareihin. Neljän hengen ryhmät alkavat ratkaista ryöstöä niin, että toinen pari ottaa ratkaistavakseen osat A ja C sekä toinen pari osat B ja D. Lopullinen ryöstön ratkaisu tapahtuu yhdessä.

**Toteutustapa 2** (yläkouluryhmä, soveltuu esimerkiksi matematiikkapainotukseen):

Oletetaan, ettei logiikka ja totuustaulut ole tuttuja. Opettajan on hyvä käydä läpi jonkin verran perusasioita ennen projektin aloittamista. Myös vinkkilaput kannattaa jakaa oppilaille heti projektin aluksi.

Luokka jakautuu neljän henkilön ryhmiin ja nämä neljän hengen ryhmät jakautuvat vielä pareihin. Neljän hengen ryhmät alkavat ratkaista ryöstöä niin, että toinen pari ottaa ratkaistavakseen osat A ja C sekä toinen pari osat B ja D. Lopullinen ryöstön ratkaisu tapahtuu yhdessä.

**Toteutustapa 3** (lahjakkaat yläkoululaiset, eriyttäminen):

Projektin voi toteuttaa myös yksittäinen oppilas tai parin oppilaan joukko, kun kaivataan lisätehtävää ja halutaan eriyttää ylöspäin. Oppilas/oppilaat voivat jatkaa projektia aina, kun siihen on ylimääräistä aikaa.

Oletetaan, että logiikka ja totuustaulukot eivät ole tuttuja. Oppilaan/oppilaiden on hyvä tutustua tukimateriaaliin aiheesta ennen projektin aloittamista. Myös vinkkilaput kannattaa jakaa heti projektin aluksi.

Yksi oppilas voi ratkaista ryöstön suorittamalla kaikki osat A, B, C ja D sekä varsinaisen ryöstön ratkaisemisen itsenäisesti. Mikäli oppilaita on projektin parissa useampia, he voivat työskennellä pari/ryhmänä koko projektin ajan tai osioita voi jakaa heidän kesken samoin kuin toteutustavassa 2.

Vinkkilappuihin on koottuna apua kaikkiin niihin tehtäviin, joissa kannattaa hyödyntää totuustaulua.

**Raportointi:**

Oppilaita kannattaa kannustaa kirjoittamaan kaikki päättelynsä selkeästi paperille. Projektin tuotoksena on raportti ryöstön ratkaisemisesta. Raportista on käytävä selkeästi ilmi kaikki päättelyt, joita on tehty salapoliisityön aikana. Tämä helpottaa niin oppilaiden työskentelyä kuin opettajan arviointia.

Ratkaisut: A

* 1. Kumpikaan puhuja ei valehtele sunnuntaisin, joten ensimmäinen puhuja valehtelee kaikessa sanomassaan kyseisenä päivänä. Tällöin hän ei valehtele lauantaisin, joten hän on Leinola. Ryöstö ei myöskään tapahtunut maanantaina. Koska Leinola valehtelee kyseisenä päivänä, on oltava maanantai, tiistai tai keskiviikko.

Koska on maanantai, tiistai tai keskiviikko, Yläjärvi ei valehtele. Ainoastaan keskiviikkona on totta, että Yläjärvi valehtelee huomenna, joten tänään on keskiviikko ja hänen väitteensä ryöstäjistä on totta. Eli ryöstö ei tapahtunut maanantaina eikä keskiviikkona.

* 1. Leinolan ensimmäisestä väitteestä seuraa, että on maanantai tai torstai. Maanantaina Leinola siis valehtelee, että valehteli eilen. Torstaina Leinala puolestaan puhuu totta sanoessaan valehdelleensa eilen. Toisesta väitteestä voidaan päätellä, ettei ole torstai, sillä Leinola ei valehtele sunnuntaisin. Siis on oltava maanantai. Koska Leinola valehtelee maanantaisin, niin ryöstö on tapahtunut tiistaina, torstaina tai lauantaina.
	2. Leinola voi sanoa noin ainoastaan maanantaina ja torstaina. Yläjärvi voi puolestaan väittää noin vain torstaina ja sunnuntaina eli on oltava torstai. Voidaan päätellä, että Leinolan väite on siis tosi ja ryöstö ei tapahtunut ainakaan torstaina, perjantaina tai lauantaina.

**Ratkaisu:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **ma** | **ti** | **ke** | **to**  | **pe** | **la** | **su** |
| **A.1** | EI |  | EI |  |  |  |  |
| **A.2** | EI | EHKÄ | EI | EHKÄ | EI | EHKÄ | EI |
| **A.3** |  |  |  | EI | EI | EI |  |

Taulukosta nähdään, että ainoa mahdollinen ryöstöpäivä on **tiistai.**

Ratkaisut: B

1. Eero ei voi olla rehellinen, sillä silloin hän ei valehtelisi olevansa normaali. Eero on siis joko valehtelija tai normaali. Oletetaan, että hän on normaali. Silloin Ullan väite on tosi, joten hän on rehellinen tai normaali. Koska Eero on normaali, niin Ullan täytyy olla rehellinen. Tällöin Aaron on oltava valehtelija. Toisaalta valehtelija ei voi sanoa, että hän ei ole normaali, koska silloin hän puhuisi totta. Tästä seuraa ristiriita. Tästä voidaan päätellä, että Eeron on oltava valehtelija. Tällöin Ullan väite on valetta ja hänen on oltava normaali, koska Eero on valehtelija. Näin ollen Eero on valehtelija, Ulla on normaali ja Aaro on rehellinen.
2. Jos Outi olisi rehellinen, niin kaikki kolme olisivat valehtelijoita ja myös hän itse olisi tällöin valehtelija. Seuraa ristiriita. Outin täytyy siis olla valehtelija. Tällöin hänen väitteensä ei ole totta ja ainakin yhden heistä on oltava rehellinen. Oletetaan, että Yrjö on valehtelija. Silloin sekä Outi että Yrjö ovat valehtelijoita, joten aiemman perusteella Inkan on oltava rehellinen. Siinä tapauksessa Yrjön väite olisi totta, mikä on mahdotonta, jos hän on valehtelija. Seuraa ristiriita eli Yrjön on oltava rehellinen ja hänen väitteensä on totta. Koska Yrjö on se yksi rehellinen, niin Inkan on oltava valehtelija.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aaro** | **Eero** | **Inka** | **Outi** | **Ulla** | **Yrjö** |
| **Rehellinen/normaali/valehtelija** | Rehellinen | Valehtelija | Valehtelija | Valehtelija | Normaali | Rehellinen |

Ratkaisut: C

1. Outi rakastaa Aaroa, sillä jos hän rakastaisi Eeroa, rakastaisi hän myös Aaroa. Outi rakastaa kuitenkin vain yhtä henkilöä, joten tämän henkilön on oltava Aaro.
2. I: Aaro rakastaa Inkaa.

O: Aaro rakastaa Outia.

U: Aaro rakastaa Ullaa.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

A: I∨U

B: ¬I∧O ⇒¬U

C: ¬((U⇒O) ∧ ( O⇒U))

Jos Outi rakastaa Aaroa, rakastaa Aaro myös Outia.

Edellisen tehtävän perusteella tiedetään, että Outi rakastaa Aaroa, joten Aaro rakastaa myös Outia.

D: O

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | O | U | ¬I | ¬O | ¬U | A | ¬I∧O | B | U⇒O | O⇒U | $$(U\rightarrow O)∧(O\rightarrow U)$$ | C | D |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Poimitaan totuustaulusta rivi, jolla kaikki väittämät $A,B,C$ ja $D$ ovat totta. Totuustaulun perusteella Aaro rakastaa Outia ja Inkaa.

1. A: Ulla rakastaa Aaroa.

I: Ulla rakastaa Inkaa.

Y: Ulla rakastaa Yrjöä.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

Y⇒A

A⇒I

¬I

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | I | Y | Y⇒A | A⇒I | ¬I | (Y⇒A) ∧ (A⇒I) ∧ ¬I |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Kaikki väittämät ovat totta viimeisellä rivillä eli Ulla ei rakasta ketään.

1. C.1: Outi ei rakasta Eeroa.

C.3: Ulla ei rakasta ketään, ei siis myöskään Eeroa.

Loput vaihtoehdot ovat Inka ja Yrjö. He siis rakastavat Eeroa.

1. I: Rakastaa Inkaa.

O: Rakastaa Outia.

U: Rakastaa Ullaa.

Y: Rakastaa Yrjöä.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

A: I ∨ ¬U

B: O ⇒ (¬U ∧ Y)

C: (¬O ∧ Y) ∨ (I ∧ O)

D: ¬ (I ∧ (¬O ∨ ¬U))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | O | U | Y | ¬I | ¬O | ¬U | ¬Y | A | ¬U∧Y | B | ¬O∧Y | I∧O | C | ¬O∨¬U | I ∧ (¬O ∨ ¬U) | D |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Kaikki väittämät ovat totta toiseksi alimmalla rivillä, jolloin totuustaulun perusteella Eero rakastaa Yrjöä.

1. Eero ei vihaa Aaroa, eikä C.4:n perusteella Yrjöä eikä Inkaa. Jäljelle jää Outi ja Ulla. Koska näistä kahdesta vain Outi rakastaa Aaroa, vihaa Eero Outia.

Aaro ei vihaa Eeroa, eikä C.4 perusteella myöskään Yrjö ja Inka vihaa Eeroa. Vaihtoehtoina Jälleen Outi ja Ulla. Koska Eero vihaa Outia, ei Outi vihaa Eeroa. Täten Ulla vihaa Eeroa.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tunteilija** | **Aaro** | **Eero** | **Inka** | **Outi** | **Ulla** | **Yrjö** |
| **Rakkauden kohde** | Outi, Inka | Yrjö | Eero | Aaro | - | Eero |
| **Vihan kohde** | - | Outi | - | - | Eero | - |

Ratkaisut: D

1. A: Aaron on syytön

E: Eero on syytön

I: Inka on syytön

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

AV: E ⇒ A

EV: E ⇔ I

IV: ¬E ∧ I ∧ A

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | E | I | ¬E | AV | EV | IV |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Koska syytön puhuu totta ja syyllinen valehtelee, on löydettävä totuustaulusta rivi joilla lauseilla AV, EV ja IV on sama totuusarvo kuin A, E ja I:lla. Tällainen rivi on totuustaulun kolmas rivi, ja siten Eero on leivosvaras.

1. Jos Outi olisi syytön, hän puhuisi totta sanoessaan, että he ovat molemmat Inkan kanssa syyllisiä. Tämä johtaa ristiriitaan. Jos Outi taas on syyllinen, hän valehtelee, jolloin molemmat eivät voi olla syyllisiä. Näin ollen ainoa syyllinen on Outi itse.
2. A: Aaro on syyllinen.

E: Eero on syyllinen.

Y: Yrjö on syyllinen.

Tosi lausunto: ¬(Y ∨ ¬A) ∧ (Y ∨ E)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | E | Y | ¬A | Y∨¬A | ¬(Y∨ ¬A) | Y ∨ E | ¬(Y∨¬A)∧(Y∨E) |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Totuustaulun perusteella Aaro ja Eero ovat syyllisiä ja Yrjö syytön.

1. I: Inka on syyllinen.

O: Outi on syyllinen.

U: Ulla on syyllinen.

Koska Kerttuli valehtelee, tulee hänen väittämistään ottaa negaatio:

K1: ¬ (I ∧ ¬O)

K2 ¬ (U ∨ ¬O)

Pojat puhuvat totta, joten heidän lauseensa otetaan sellaisenaan:

M: U⇒I

J: (I ∧ O) ∨ (¬I ∧¬O)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | O | U | ¬I | ¬O | I∧O | ¬I∧¬O | JV | MV | $$I∧¬O$$ | $$U∨¬O$$ | K1 | K2 | K1∧K1∧MV∧JV |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Kaikki väittämät ovat totta totuustaulun toisella rivillä, joten totuustaulun perusteella Inka ja Outi ovat syyllisiä, ja Ulla on syytön.

1. E: Eero on syyllinen.

I: Inka on syyllinen.

U: Ulla on syyllinen.

Y: Yrjö on syyllinen.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

AV: AV1 ∧ AV2, kun $AV1:I⇒(Y∧E)$ ja $AV2=U∨Y$

IV: ¬(¬I⇒¬E)

UV: ¬(¬(¬I∧ ¬Y)) eli ¬I∧ ¬Y

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E | I | U | Y | ¬E | ¬I | ¬Y | Y∧¬E | $$¬I⇒¬E$$ | AV1 | AV2 | AV | IV | UV | AV∧IV∧UV |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Kaikki väittämät ovat totta korostetulla rivillä, joten totuustaulun perusteella Eero ja Ulla ovat syyllisiä sekä Inka ja Yrjö syyttömiä.

1. E: Eero on syyllinen.

I: Inka on syyllinen.

U: Ulla on syyllinen.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

YV: E⇒(U∧¬I)

AV: I∨(E∧ U)

EV: ¬( ¬U⇒¬I)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| E | I | U | ¬I | ¬U | U∧¬I | E∧ U | $$¬U⇒¬I$$ | YV | AV | EV | YV∧AV∧EV |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Totuustaulun perusteella Inka yksin on syyllinen.

1. A: Aaro on syyllinen.

O: Outi on syyllinen.

Lausutaan lausunnot niin kuin ne olisivat tosia:

L1: (O⇒A) ∧ (¬A⇒O) ∧ (O∨¬A)

L2: ¬A

L3: A∨O

Jos Outi on syyllinen, niin Aarokin on syyllinen. Lisäksi Jos Aaro on syyllinen, niin Outi on syytön.

L4: (O⇒A)∧( A⇒¬O)

1V: ¬L1∧ L2 ∧¬L3∧L4

1T: L1∧ ¬L2 ∧L3∧¬L4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | O | ¬A =L2 | ¬O | O⇒A | ¬A⇒O | O∨¬A | L1 | L3 | A⇒¬O  | O∧A | L4 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Totuustaulun mukaan on nyt niin, että joko molemmat ovat syyllisiä tai molemmat syyttömiä. Koska vahtimestari on rehellinen mies, saadaan selville, että sekä Aaro että Outi ovat syyllisiä (ja herra Pettersson aloittaa totuudella).

1. O: Outi on syyllinen.

U: Ulla on syyllinen.

Y: Yrjö on syyllinen.

Väittämät kuuluvat seuraavasti:

YV: Y∨O

UV: ¬U∧¬Y

OV: ¬YV∨¬UV

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| O | U | Y | ¬O | ¬U | ¬Y | OV | UV | YV | ¬UV | ¬YV |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Koska syytön puhuu totta ja syyllinen valehtelee, on löydettävä totuustaulusta rivi, joilla lauseilla OV, UV ja YV on sama totuusarvo kuin ¬O:lla ¬U:lla ja ¬Y:llä. Tällainen rivi on totuustaulun neljäs rivi. Täten Outi on syyllinen.

**KOKONAISUUS:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Rikosnimike**  | **Syyllinen/syylliset**  |
| **D.1 Kinderkakkupalan varastaminen**  | Eero  |
| **D.2 Wasabijekku**  | Outi |
| **D.3 Kenkien varastaminen** | Aaro ja Eero |
| **D.4 Uikkarijekku** | Inka ja Outi |
| **D.5 Suolan ja sokerin vaihtaminen**  | Eero ja Ulla |
| **D.6 Viiksien piirtäminen** | Inka |
| **D.7 Seinän töhriminen** | Outi ja Aaro  |
| **D.8 Salmiakin syöminen** | Outi |

RATKAISUT: Ryöstön selvitys ja KOONTI

**A:** Ryöstöpäivä: tiistai

**B:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aaro** | **Eero** | **Inka** | **Outi** | **Ulla** | **Yrjö** |
| **Rehellinen/normaali/valehtelija** | Rehellinen | Valehtelija | Valehtelija | Valehtelija | Normaali | Rehellinen |

**C:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aaro** | **Eero** | **Inka** | **Outi** | **Ulla** | **Yrjö** |
| **Rakkauden kohde** | Outi, Inka | Yrjö | Eero | Aaro | - | Eero |
| **Vihan kohde** | - | Outi | - | - | Eero | - |

**D:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Rikosnimike**  | **Syyllinen/syylliset**  |
| **D.1 Kinderkakkupalan varastaminen**  | Eero  |
| **D.2 Wasabijekku**  | Outi |
| **D.3 Kenkien varastaminen** | Aaro ja Eero |
| **D.4 Uikkarijekku** | Inka ja Outi |
| **D.5 Suolan ja sokerin vaihtaminen**  | Eero ja Ulla |
| **D.6 Viiksien piirtäminen** | Inka |
| **D.7 Seinän töhriminen** | Outi ja Aaro  |
| **D.8 Salmiakin syöminen** | Outi |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Aaro** | **Eero** | **Inka** | **Outi** | **Ulla** | **Yrjö** |
| **Varmasti syytön:** | x |  |  | x |  | x |

Yrjö ei ole syyllistynyt yhteenkään rikokseen, joten hän on syytön.

Outi puolestaan on tehnyt jo tietojen mukaan neljä rikosta, joten hän ei voi tehdä niitä lisää.

Aaro on syyllistynyt vain kenkien varastamiseen ja seinän töhrimiseen yhdessä muiden kanssa. Kumpikaan rikkeistä ei ole yksin tehty tai liity ruokaan, joten Aaro on syytön.

Muut ovat syyllistyneet rikkeisiin joko yksin tai tehneet ruokaan liittyvän kiusanteon. Kellään ei kuitenkaan ole vielä neljää rikettä tilillään. He ovat siis yhä epäiltyjä.

**Omista asioistaan rehelliset ja normaalit puhuvat totta ja valehtelijat täyttä soopaa.**

Tiedetään että ryöstöpäivä on tiistai, joten keskitytään siihen.

*Aaro*: Torstaina kävimme teatterissa Outin ja Inkan kanssa.

Aaro puhuu totta, mutta tiistaista hän ei kerro mitään.

*Eero*: Olin koko viikon Teneriffalla.

Eero valehtelee → oli tiistaina paikalla.

*Inka*: Maanantaipäivän vietin Eeron kanssa kalassa. Maanantai-iltana lähdin käymään Kuusamossa ja palasin vasta lauantaina. Sunnuntaina vietimme tyttöjen iltaa Ullan kanssa täällä.

Inka valehtelee → oli myös paikalla tiistaina.

*Outi*: Tiistaina olin katsomassa Vilperin taloa. Keskiviikkona lähdin Helsinkiin ja palasin vasta sunnuntai-iltana.

Outi valehtelee → ei ollut tiistaina paikalla.

*Ulla*: Arkipäivät ryöstöviikolla vietin Sonkajärvellä. Viikonlopun ahersin yksin kotona koulutehtävien kanssa.

Ulla puhuu omista asioistaan totta → ei ollut paikalla.

*Yrjö*: Olin ryöstöviikolla keskiviikkoon asti Ruotsissa Aaron kanssa. Loppuviikon vietin kotona itsekseni.

Yrjö puhuu totta → oli poissa ja Aarokin oli poissa

Outi, Ulla, Yrjö ja Aaro eivät olleet paikalla ryöstön tapahtuessa, joten he ovat syyttömiä. Epäiltyinä ovat yhä Inka ja Eero.

Nyt teillä pitäisi olla enää kaksi epäiltyä rikokseen. Lisäksi tarvitsette avuksi **osioista B ja C** keräämänne valehtelu- ja suhdetiedot.

Rehelliset puhuvat muuten aina totta, mutta rakkaidensa puolesta he valehtelevat, ettei rakas joutuisi syytteeseen. Normaalit saattavat yleisesti joskus valehdella muista henkilöistä, mutta vihaamastaan henkilöstä he puhuvat aina pahaa riippumatta vihatun todellisesta syyllisyydestä. Itseään koskevista asioista normaalit puhuvat aina totta. Valehtelijat valehtelevat kaikesta muusta (myös itsestään) paitsi rakkaastaan, josta he puhuvat pelkkää hyvää.

A: Inka on syytön.

Aaro puhuu joka tapauksessa rakkaastaan Inkasta hyvää eli emme voi päätellä tämän lauseen perusteella mitään.

I: Eero on syytön.

Inka rakastaa Eeroa → emme voi päätellä mitään

O: Jos Yrjö rakastaa Eeroa, niin Eero on syyllinen.

Yrjö rakastaa Eeroa, joten Outin mukaan Eero on syyllinen. Koska Outi on valehtelija ja hänellä ole tunteita Eeroa kohtaan, voidaan päätellä, että Eero on syytön.

U: Eero teki sen

Ulla puhuu joka tapauksessa pahaa Eerosta → ei voida päätellä mitään

Y: Jos Eero on syytön, niin Inka on syyllinen.

Yrjö puhuu totta ja Outin kommentin perusteella voidaan saada varmuus sille, että **INKA ON SYYLLINEN**.