Luonnon arkkitehti

**Kohderyhmä:** 7.-9. lk..

**Esitiedot:** englannin kielen taito, diagrammit

**Taustalla oleva matematiikka:** fibonaccin lukujono, symmetria, alkuluku, fraktaalit (itsesimilaarisuus), otantatutkimus, suoran sovittaminen havaintopisteisiin.

**Integroitavat oppiaineet:** Biologia, fysiikka, kemia, englanti, kuvataide, käsityö.

**Ajankäyttö:** Ryhmätyön tekemiseen (tai sarjan katseluun) 4−6 ∙ 45 minuutin oppituntia, mittauksiin ulkona 2 ∙ 45 minuutin oppituntia, esineen suunnitteluun ja toteutukseen 6 − 12 ∙ 45 minuutin oppituntia.

**Välineet:** Muistiinpanovälineet, mittanauhoja, työntömittoja

**Opetustilat:** Osiossa 2 oppimisympäristönä metsä, josta löytyy kaatunut tai kaadettavissa oleva puu. Osioissa 1 ja 3 oppimisympäristönä toimii pääasiassa luokkahuone.

**Tavoitteet:**

Tavoitteena on luoda kokonaiskäsitys erilaisista mallinnettavista ilmiöistä ja tutkia, miten kyseisiä ilmiöitä on ajan saatossa hyödynnetty ja esitetty tieteessä sekä taiteessa. Tavoitteena on kehittää sääntöjen ja riippuvuuksien etsimisen ja esittämisen taitoa sekä harjoitella tiedon keräämistä, jäsentämistä ja analysointia. Oppilaat harjoittelevat myös erilaisten diagrammien ja matemaattisen tekstin tulkitsemista ja tuottamista sekä tutustuvat valmiiden tietokoneohjelmien hyödyntämiseen matematiikan opiskelussa.

Aiheen käsittelyn kannalta on tärkeää pohtia, miksi joitain luonnossa esiintyviä ilmiöitä on mahdollista mallintaa niin yksinkertaisin matemaattisin mallein. Onko luonnolla ja matematiikalla jokin yhteys? Ideana on, että oppilaille jää selkeä käsitys matematiikan kyvystä mallintaa mitä ihmeellisempiä asioita.

**Kuvaus projektista:**

Aihe on jaettu kolmeen osaan:

1. Luonnon matematiikkaa –ryhmätyö (tai video/videot)
2. Puumatikka
3. Luonnosta tuotteeksi

Ensimmäisen osan on tarkoitus tutustuttaa oppilaat aiheeseen ryhmätöiden (1a) tai vaihtoehtoisesti videoiden (1b) avulla. Toisessa osassa siirrytään luokkahuoneen ulkopuolelle tutkimaan puun mittasuhteita. Viimeisessä osassa oppilaiden tehtävänä on suunnitella jokin ”luonnon inspiroima” esine ja toteuttaa se esimerkiksi puukäsityönä tai tekstiilityönä. Tavoitteena on, että kaikki kolme osaa toteutetaan kyseisessä järjestyksessä. On kuitenkin mahdollista toteuttaa vain tiettyjä osioita.

Aihe on hyvin haastava ja vaatii hyvää englannin kielen taitoa, sillä tietoa on olemassa hyvin vähän suomen kielellä.

Jaa oppilaat muutaman henkilön ryhmiin koko projektin ajaksi.

**OSA 1 :** Valitse joko a tai b.

**1a. Luonnon matematiikkaa -ryhmätyö**

Ryhmätöissä tutustutaan johonkin luonnossa esiintyvään ilmiöön, jota voidaan mallintaa matemaattisesti. Ryhmätöiden tuotoksena syntyy esimerkiksi posteri tai diaesitys, joka esitetään muille ryhmille. Seuraavassa on annettu valmiita aiheita ryhmätöitä varten. Kutakin aihetta varten annetaan oppilaille muutamia ohjeita ja ideoita liittyen tuotoksen sisältöön (ks. oppilaan liite).

1. Fibonaccin lukujono:
2. Fyllotaksia:
3. Kultainen leikkaus:
4. Kultainen spiraali
5. Kultainen leikkaus taiteessa ja arkkitehtuurissa
6. Symmetria
7. Laatoitukset
8. Halkeamat
9. Kuplat ja vaahto
10. Fraktaalit
11. Laulukaskaat
12. Biomimetiikka

Asioita, jotka tulisi huomioida kaikissa aiheissa:

• viittauksia aiheeseen liittyvään matemaattiseen teoriaan (kaikkiin aiheisiin liittyen ei välttämättä löydy selkeästi)

• havainnollistavia kuvia, joista käy mahdollisesti ilmi myös matemaattinen teoria

• ilmiön yhteyksiä biologiaan, fysiikkaan ja kemiaan, ts. selityksiä sille, miksi ilmiö esiintyy luonnossa.

**1b. Koodien maailma**

BBC:n tuottama Koodien maailma (eng. The Code) on kolmiosainen sarja, jossa matemaatikko Marcus du Sautoy esittelee matematiikan ja luonnon yhteyksiä. Sarjassa Sautoy näyttää, kuinka luvut ja niiden suhteet tulevat esille kaikkialla maailmassa, rakenteen koosta riippumatta. Sautoyn mukaan maailmaa ”hallitsee” salaperäinen koodi.

Ensimmäinen jakso käsittelee lukuja ja niiden ilmenemistä kaikkialla maailmassa. Sautoyn mukaan luvut ovat osa piilossa olevaa matemaattista maailmaa, joka sisältää säännöt, jotka vaikuttavat kaikkeen maailmassa. Toisessa jaksossa aiheena ovat muodot. Muotoja löytyy esimerkiksi kivimuodostelmista, hunajakennosta, suolakiteistä sekä saippuakuplista. Sautoy esittelee myös erilaisia fraktaaleja. Kolmas jakso käsittelee ennustamista; koodin (matematiikan) avulla on mahdollista ennustaa luonnonilmiöitä.

**OSA 2: Puumatikka**

Tämän osion toteuttamista varten siirrytään luokkahuoneen ulkopuolelle. Koska tarkoituksena on mitata puun mittasuhteita, tarvitaan kaatunut puu, jossa on oksat tallella. Aloitetaan osio tarkastelemalla ensin eläviä puita.

**A. Ovatko puut fraktaaleja ja jos ovat, niin miten tämä tulee esille?**

* Tarkastellaan esimerkiksi isoa koivua. Verrataan koko koivua esimerkiksi alimpaan suureen oksaan. Jos oksan nyt suurentaisi siten, että sen pituus vastaisi koko puun pituutta, näyttäisivät oksa ja koko puu hyvin samanlaisilta. Tätä ominaisuutta kutsutaan *itsesimilaarisuudeksi*.
* Useat puulajit muistuttavat fraktaaleja, mutta ne eivät kuitenkaan ole fraktaaleja, sillä puut eivät haaraudu loputtomasti.

**B. Mitä mittoja puusta voidaan mitata?**

Esimerkiksi:

* puun pituus
* puun tyven halkaisija
* puun halkaisija kullakin haarautumiskorkeudella (esimerkiksi haarautuman alapuolelta)
* kunkin haarautuman

– pituus

– halkaisija tyvestä

– haarautumiskulma suhteessa edelliseen haarautumaan

– haarautumiskorkeus suhteessa edelliseen haarautumaan.

**C. Mitä edellä mitatuilla tiedoilla voitaisiin tehdä**?

Tarkoituksena on etsiä esimerkiksi suhteita, jotka näkyvät joko yhtä suurina kaikkialla puussa tai muuttuvat tasaisesti eli lineaarisesti esimerkiksi haarautumiskorkeuden mukaan. Ideointia varten on hyvä tarkastella puuta useammalta suunnalta.

• Paksummat haarautumat näyttäisivät olevan pidempiä. Onko haarautuman paksuudella ja pituudella jokin yhteys? Muuttuuko kyseinen yhteys haarautumiskorkeuden mukaan?

• Mitä korkeammalla haarautuma on, sitä lyhyempi ja ohuempi haarautuma näyttäisi olevan. Onko haarautumiskorkeudella jokin yhteys haarautuman pituuteen tai paksuuteen (tai haarautumiskulmaan)?

**D. Miten saadaan määritettyä sekä puun että haarautumien poikkipinta-alat?**

Puun rungon ja haarautumien poikkipinta-alat ovat yleensä lähes ympyröitä, joten poikkipinta-alan laskemiseen voidaan käyttää halkaisijaa.

**E. Miten halkaisija saadaan mitattua?**

Puun runko ja oksat ovat poikkipinta-alaltaan melko pyöreitä, joten halkaisija voidaan mitata työntömitalla. Kannattaa kuitenkin kiinnittää huomiota oksan muotoon ja mitata halkaisija vaikka kahdesta suunnasta ja laskea niiden keskiarvo.

**F. Leonardo da Vinci huomasi jo 500 vuotta sitten, että puun rungon ja haarautumien poikkipinta-aloilla on selvä yhteys. Mikä tämä yhteys voisi olla?**

* da Vincin ”puusäännön” mukaan haarautumien yhteenlaskettu poikkipinta-ala vastaa rungon tyven poikkipinta-alaa.
* Rungon poikkipinta-ala pienenee haarautumisen myötä haarautuman poikkipinta-alan verran. Tästä seuraa, että jos kaikki puun haarautumat käännettäisiin rungon suuntaisiksi ylöspäin, runko muodostaisi haarautumien kanssa tasapaksun ”puun” aivan latvaan saakka.

**G. Mittaukset kaatuneesta puusta**

Mitataan kaatuneesta puusta rungon paksuus eri kohdissa, haarautumien paksuudet, pituudet ja haarautumiskorkeudet. Kannattaa ohjeistaa luokkaa toimimaan ryhmänä niin, että jokainen pikkuryhmä saa oman mittaustehtävänsä. Kaikkien ryhmien ei siis tarvitse mitata koko puuta. Opettajan on hyvä ensin havainnollistaa mittaamista ja tulosten kirjaamista.

Luokkahuoneessa tutkitaan mitattujen suureiden välisiä riippuvuuksia piirtämällä ja laskemalla taulukkolaskentaohjelmaa apuna käyttäen. Mittaustulosten kokoaminen taulukkolaskentaohjelmaan vie aikaa ja on mekaanista toimintaa, joten opettaja voi halutessaan tehdä sen itsenäisesti. Tarkoituksena on tutkia suureiden välisiä riippuvuuksia piirtämällä pistediagrammi, jossa on kuvattu kahden muuttujan muodostamat lukuparit. Jo pistediagrammin muodosta on mahdollista päätellä, asettuvatko pisteet samalle suoralle. Lineaarisen regression avulla voidaan helposti muodostaa havaintopisteisiin sovitettu suora. Oppilaan ohjeissa on tarkempi ohjeistus siihen mitä tutkitaan.

**Extra:** Laskemalla Pearsonin otoskorrelaatiokerroin $r\_{xy}$ voidaan vielä tarkastella, kuinka voimakkaasti havaintoarvot korreloivat. Sille pätee:

• −1 ≤ $r\_{xy}$ ≤ 1.

• Jos $r\_{xy}$ = 0, muuttujien välillä ei ole lineaarista korrelaatiota.

• Jos $r\_{xy}$ = −1, muuttujien välillä on täydellinen negatiivinen lineaarinen korrelaatio eli toisen muuttujan arvon kasvaessa toisen arvo pienenee.

• Jos $r\_{xy}$ = 1, muuttujien välillä on täydellinen positiivinen lineaarinen korrelaatio eli toisen muuttujan arvon kasvaessa myös toisen arvo kasvaa.

• Otoskorrelaatiokertoimen arvon lähestyessä nollaa muuttujien välinen lineaarinen korrelaatio pienenee, mutta $r\_{xy}$ = ±0,4 vastaa vielä heikkoa positiivista tai negatiivista lineaarista korrelaatiota.

**OSA 3: Luonnosta tuotteeksi**

Seuraavaksi kunkin oppilaan tulee suunnitella jokin koriste- tai käyttöesine, joka jollain tavalla ilmentää luontoa. Ideana on siis hyödyntää esimerkiksi jotain edellä käsitellyistä ryhmätöiden aiheista tai tutkimusta puun mittasuhteista. Työskentely koostuu sekä suunnittelu- että toteutusvaiheesta. Erityisesti suunnitteluvaiheessa tulee käyttää matematiikkaa avukseen. Toteutusmenetelmiä voi olla useita, esimerkiksi puu-, metalli-, tai tekstiilityö. Suunnittelu- ja toteutusvaiheen välillä on tärkeää ymmärtää mittakaavan käsite, mikäli toteutettava esine on suuri. Suunnittelutyö voidaan tehdä vuorotellen kuvataiteen, matematiikan ja käsityön opettajien avustuksella.

Esimerkki suunnittelun etenemisestä:

1. Oppilaalla on idea esineestä ja siinä hyödynnetystä luonnonilmiöstä. Oppilaalla on myös käsitys esineen koosta sekä toteutusmenetelmästä. Käsityön opettaja arvioi, voiko kyseistä esinettä toteuttaa ja antaa neuvoja sen suunnitteluun sekä mahdollisiin muutoksiin.
2. Oppilas piirtää kuvataiteen tunnilla luonnoksen, jossa on otettu huomioon kyseinen esineeseen toteutettava ilmiö.
3. Matematiikan opettaja avustaa ilmiön ”kopioimisen” kanssa. Tässä vaiheessa on hyvä tarkistaa myös luonnoksen mittakaava.
4. Käsityön opettaja käy oppilaan kanssa läpi esineen toteuttamisen.
5. Oppilas toteuttaa esineen. Työn on tarkoitus mahdollistaa oppilaan taiteellinen luovuus. Näin ollen riittää, että toteutettava esine ilmentää luontoa vain osittain; tarkka luonnon ”kopioiminen” ei ole tavoitteena. Esineen toteutuksessa voidaan pyrkiä myös käyttämään luonnonmateriaaleja tai viimeistelyssä pyrkiä huomioimaan luonto jollain tavalla.

Projektista tarkemmin:

Jäsberg Atte. (2015). Yläasteen oppimiskokonaisuus matematiikan ulkona opettamiseen. Diplomityö, TTY. Saatavissa: [http://URN.fi/URN:NBN:fi:tty-201604113791](http://URN.fi/URN%3ANBN%3Afi%3Atty-201604113791). s.182 alkaen.