

# Arkhimedeen jalanjäljissä

**Kohderyhmä:** 9. luokkalaiset

**Esitiedot:** Avaruuskappaleiden tilavuudet voidaan käydä ennen projektia opettajan valitsemalla tavalla tai projektin yhteydessä.

**Taustalla oleva matematiikka:** Erilaisten avaruusgeometristen kappaleiden tilavuuden määrittäminen.

**Poikkitieteellisyys:** Hyödynnetään fysiikkaa tilavuuden määrittämiseksi massan ja tiheyden avulla.

**Ajankäyttö:** 3 oppituntia + 1 oppitunti suunnitteluun

**Opetustilat:** Luokkatila (kemian luokka soveltuu tarvikkeiden puolesta parhaiten)

## Tavoitteet:

Projektin aiheena on avaruusgeometria: pallon, särmiön, lieriön ja kartion tilavuuksien laskeminen. Tavoitteena on havainnollistaa avaruusgeometriaa, kerrata tilavuusmitat ja yksikkömuunnokset sekä tutustua eri menetelmillä tehtäviin mittauksiin ja virheen arviointiin suullisesti. Projektin voi toimia tutustumisena aihepiiriin tai kertaavana projektina.

## Kuvaus projektista:

Projektin tarkoituksena on mitata pallon, lieriön, kartion ja särmiön tilavuudet kolmella tavalla: käyttäen tilavuuskaavaa, upotuskokeella ja massan ja tiheyden avulla. Mittaukset tapahtuvat pisteillä, joilla jokaisella on oma kappaleensa. Projektin toteutetaan 3-5 hengen ryhmissä. Pisteitä on neljä tai jos oppilaita on paljon, voidaan tehdä kaksi jokaista pistettä.

Ensimmäisellä ja toisella oppitunnilla kierretään pisteillä, joilta löytyy esimerkiksi pallon muotoisia esineitä, ohjeistus teoriaosuuteen ja tehtävänantoineen sekä upotusastia ja muut upotuskokeisiin tarvittavat välineet. Kullakin pisteellä upotetaan esine veteen ja mitataan, kuinka paljon pinta nousi, sekä punnitaan massa ja kirjataan ylös tiheys, joka on ennakkoon tunnettu. Mitatut arvot kirjataan oppilaiden mukana kulkeviin taulukoihin. Oppitunnin aikana on tarkoitus ehtiä suorittamaan kaksi pistettä, jolloin kahden oppitunnin aikana tutustutaan kaikkiin neljään kappaleeseen.

Kolmannella oppitunnilla lasketaan tilavuudet mitatuista tiedoista, käydään yhteisesti läpi tuloksia ja täytetään itsearviointilomakkeet.

## Tarvikkeet:

- Mittanauhoja ja narua mittaamisen avuksi sekä työntömittoja
- Vaaka



- Vesiastiat: kemian luokasta mittalaseja asteikoilla, ja muovipurkki, johon tehdään asteikko, esim. ämpäri
- Rautalanka, jotta saa painettua kelluvia esineitä pinnan alle, tai muu tikku
- Pallo (valitse/etsi yksi näistä): golfpallo, pingispallo, squashpallo, biljardipallo, pesäpallo, superpallo, krokettipallo
- Lieriö (valitse/etsi yksi näistä): jääkiekko, huulirasvatuubi, säilyketölkki, hillopurkki, voideturkki, hiusvahapurkki, liimatuubi, kynttilä, tuikku
- Särmiö (valitse/etsi yksi näistä): tomaattimurska, kermapurkki, laudanpätkä, noppa, pyyhekumi
- Kartio (valitse/etsi yksi näistä): puusta tehty kartio, styroksikartio, kartiokynttilä

HUOM! Oppilaan ohje on tehty siten, että lieriö on ympyrälieriö ja kartio ympyräkartio. Huomioi siis tämä ohjeistaessasi, jos valitset kappaleiksi esim. neliöpohjaisen kartion. Ennen projektia opettajan täytyy valita ja etsiä sopivat esineet, sekä laskea teoreettiset tiheydet. Esineitä voi myös 3D-tulostaa. Mikäli kappaleen materiaali on tunnettu, tiheyden voi etsiä kirjallisuudesta, ja muussa tapauksessa mitata massan ja tilavuuden suhteena. Oppilaille on hyvä selkeyttää, millaisia oletuksia joudutaan tekemään, kun annetaan esimerkiksi säilyketölkille tiheys. Koko kappale oletetaan yhtä tiheäksi, vaikka todellisuudessa näin ei olisikaan. Uputusastiat täytyy valita esineiden koon mukaan ja tehdä niihin mitta-asteikot. On myös hyvä pohtia, valitseeko esineiden joukkoon kelluvia esineitä. Lisäksi oppilaan ohje pitää jakaa oppilaille.

### Arviointi:

Projektin arviointi perustuu itsearviointiin ryhmän työskentelystä ja tulosten luotettavuudesta. Oppilaat täyttävät arviointilomakkeen, joka sisältää avoimia kysymyksiä ja numeroarviointeja. Arviointikriteereinä on oppiminen avaruuskappaleista, ryhmätyöskentely ja tulosten luotettavuus. Opettajalla voi olla oikeus yliajaa itsearviointeja ja keskustella ryhmän kanssa, jos erimielisyyksiä tulee. Projektilla voi olla vaikutus arvosanaan.

### Eriyttäminen:

Kappaleista toiset ovat haastavampia kuin toiset. Vaikeusjärjestys menee jotakuinkin näin: särmiö, pallo, lieriö ja vaikeimpana kartio. Kappaleiden jaolla (vaikeammat kappaleet, esim. lieriön, joka ei ole suora tai jonka pohjan pinta-ala on hieman haastavampi laskea), lisämenetelmällä ja kysymyksillä virheen arvioinnista projektia (mikä mittausten menetelmistä on tarkin ja miksi) voi eriyttää ylös päin. Projektia saadaan myös yksinkertaistettua jättämällä tilavuuden laskeminen tiheyden avulla pois.

### Liitteet:

Itsearviointilomake



## Itsearviointilomake

Vastaa näihin kysymyksiin rastittamalla mielestäsi sopiva kouluarvosana:	4	5	6	7	8	9	10
Miten osaat pallon tilavuuden laskemisen ja mittaamisen?							
Entä lieriön tilavuuden laskemisen ja mittaamisen?							
Entä kartion?							
Entä särmiön?							
Miten hyvin osaat avaruuskappaleet ylipäänsä?							
Minkä arvosanan antaisit omalle työskentelyllesi?							
Entä ryhmäsi työskentelylle?							
Kuinka luotettavia tuloksenne olivat?							
<b>Kokonaisarvosana (laske rastien määrä ja keskiarvo)</b>							

Mitä parantaisit ryhmätyöskentelyssänne?

---

Mitä virhelähteitä mittauksissanne oli ja miten niitä voisi pienentää?

---



# Arkhimedeen jalanjäljissä

Tutkitaan pallon, kartion, lieriön, ja särmiön tilavuuksia. Tehdään upotuskokeita ja lasketaan tilavuudet kaavoilla.

Jo 250 eaa. Arkhimedes tutki kappaleiden tilavuuksia upottamalla kappaleita veteen.

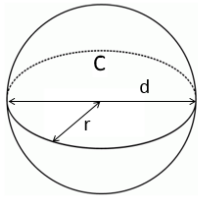
## Projektiohje:

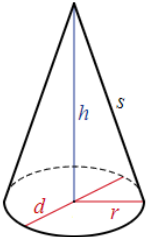
Luokassa on neljä pistettä, joissa jokaisella mitataan yhden avaruuskappaleen tilavuuden määrittämiseen tarvittavat tiedot. Näillä pisteillä siis täytetään tiedot vihreisiin ruutuihin. Jos pisteellä jää aikaa, voitte täyttellä jo oransseja ruutuja. Kun kaikki pisteet ovat käytynä, täytä oranssit ruudut. Alla lueteltu tavat, joilla tilavuus tulee määrittää. Projekti arvioidaan itsearviointina. Arviointikriteereinä on osaaminen avaruuskappaleista, ryhmätyöskentely ja tulosten luotettavuus.

Määritetään kunkin kappaleen tilavuus kolmella eri tavalla:


1. Tilavuuden määrittäminen annetun kaavan avulla
2. Tilavuuden määrittäminen upottamalla vesiastiaan
  - Määritä veden pinnan korkeudessa tapahtuva muutos ja tätä kautta laske tilavuus upotetulle kappaleelle
3. Tilavuuden laskeminen massan ja tiheyden avulla
  - Punnitaan kappaleen massa
  - Kappaleen tilavuus saadaan johdettua kaavasta:  $\rho = \frac{m}{V}$

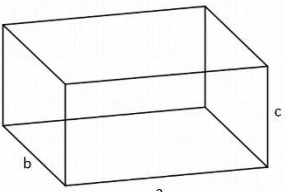


<b>PALLO</b>	
Tilavuus	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ , jossa r on pallon säde.
Säde	$C = 2\pi r$
Pallon ympärysmitta C	
Pallon tiheys $\rho$	
Pallon massa m	
Astiassa olevan veden määrä ennen upotusta	
Astiassa olevan veden määrä upotuksen jälkeen	
Pallon tilavuus matemaattisesti	
Pallon tilavuus tiheyden avulla	
Pallon tilavuus upotuskokeessa	

<b>KARTIO</b>	
Tilavuus	$V = \frac{1}{3}Ah$ , jossa A on pohjan pinta-ala ja h on kartion korkeus. Jos pohja on ympyrän muotoinen, $A = \pi r^2$ .
Kartion pohjan säde r	
Kartion korkeus h	
Tiheys $\rho$	
Kartion massa m	
Astiassa olevan veden määrä ennen upotusta	
Astiassa olevan veden määrä upotuksen jälkeen	
Kartion tilavuus matemaattisesti	
Kartion tilavuus tiheyden avulla	
Kartion tilavuus upotuskokeessa	



<b>LIERIÖ</b>	
Tilavuus	$V = A_p h$ , jossa $A_p$ pohjan pinta-ala ja $h$ on kation korkeus. Jos pohja on ympyrän muotoinen, $A_p = \pi r^2$ .
Lieriön pohjan pinta-ala $A$	
Lieriön pohjan säde $r$	
Lieriön korkeus $h$	
Tiheys $\rho$	
Lieriön massa $m$	
Astiassa olevan veden määrä ennen upotusta	
Astiassa olevan veden määrä upotuksen jälkeen	
Särmiön tilavuus matemaattisesti	
Särmiön tilavuus tiheyden avulla	
Särmiön tilavuus upotuskokeessa	

<b>SUORAKULMAINEN SÄRMIÖ</b>	
Tilavuus	$V = abc$
Särmiön leveys $a$	
Särmiön syvyys $b$	
Särmiön korkeus $c$	
Tiheys $\rho$	
Särmiön massa $m$	
Astiassa olevan veden määrä ennen upotusta	
Astiassa olevan veden määrä upotuksen jälkeen	
Särmiön tilavuus matemaattisesti	
Särmiön tilavuus tiheyden avulla	
Särmiön tilavuus upotuskokeessa	



Lähteet:

- [1] Pallon tilavuus ja pinta-ala laskuri. Laskurini.fi. Viitattu 2.4.2020. Saatavissa <https://www.laskurini.fi/matematiikka/pallon-tilavuus-pinta-ala>
- [2] Kartio tilavuus ja pinta-ala. Calculat.org. Viitattu 2.4.2020. Saatavissa <https://www.calculat.org/fi/tilavuus-pinta-ala/kartio.html>
- [3] Suorakulmainen särmiö. Peda.net. Viitattu 2.4.2020. Saatavissa <https://peda.net/orivesi/perusopetus/yhteiskoulu/oppiaineet/matematiikka/tommi-kuusisto/8lk/ymss/ss>
- [4] Lieriö. Matsku. Viitattu 2.4.2020. Saatavissa <https://www.nettinuotta.com/opetus/9Ma/Avaruusgeometria/lierio.html>

